

Inhaltsüberblick

Warum ist IR ein schwieriges Problem?

- 1) Hochdimensionale Zusammenhänge
- 2) Nicht-lineare und multimodale Zusammenhänge
- 3) Dynamische Zusammenhänge (nicht-stationäre Funktionen)
- 4) Quellen von Unsicherheit (uncertainty) und Vagheit (fuzzyness)
- 5) Diversität der Nutzer und ihrer Ziele
- 6) Mehrziel-Anforderungen

Ziel (IR) 1/2

Ziel des IR (oberflächlich):

Präsentation einer geordneten Liste (Ranking) von Dokumenten aus einer Gesamt-Dokumentmenge als Output auf einen Input in Form einer Anfrage (Query) durch einen Nutzer. Anfrage repräsentiert ein spezielles Informationsbedürfnis des Nutzers.

=> Ergebnisdokumente sollen zur Befriedigung dieses Informationsbedürfnisses beitragen.

Ziel (IR) 2/2

Ziel des IR (tiefergehend):

1) Verringerung (= Befriedigung) des Informationsbedürfnis nach der Integration des Inhaltes der nachgewiesenen Dokumente in das kognitive System des Nutzers gegenüber dem Zustand vor der Integration.

2) Alternative Sichtweise durch Aufgabe des Constraint eines monoton fallenden Informationsbedürfnis: Transformation des alten Informationsbedürfnis in ein neues Informationsbedürfnis.

=> Situation modellierbar, dass ein tiefer gehendes Verständnis eines Problemes andere oder sogar mehr Fragen aufwirft

=> anderes bzw. größeres Informationsbedürfnis aus der Wissenserweiterung durch Integration von Informationen aus nachgewiesenen Dokumenten

1) Hochdimensionale Zusammenhänge 1/2

Fachtexte => große Anzahl n enthaltener Terme

Dokumentation => große Anzahl m von Dokumenten

=> VRM mit hochdim. Termvektor-Dokumentvektor-Matrix TDM ($n \times m$)

=> Effizienzprobleme, da z.B. Distanzberechnung in der Retrievalfunktion von Anzahl der Vektorkomponenten abhängt.

Dimensionsreduktion

1) Clusterung von Termen oder/und Dokumenten => Rekodierung der TDM
(Anzahl Objekte in einem Raum = Anzahl der Objekte in dem korrespondierenden Raum)

2) Hauptkomponenten-Analyse, Principal Component Analysis (PCA),
Faktorenanalyse => Latent Semantic Indexing im IR

3) konnektionistische Verfahren

SOMs können nicht-lineare Faktorenanalysen approximieren

=> Abbildung von DVR auf 2-dimensionale Karte oder 3-dimensionalen Raum

=> Dimensionsreduktion und Visualisierung

1) Hochdimensionale Zusammenhänge 2/2

Problematik hochdimensionaler Zusammenhänge bei der **Optimierung**:

curse-of-dimensionality (Bellman (1967)):

Exponentielles Wachstum von Regionen eines Suchraumes bei einem linearen Wachstum der Dimensionsanzahl

=> Suchaufwand steigt in dem entsprechenden Raum bei deterministischen Verfahren ebenfalls exponentiell

Lösungsansatz: **Randomization** z.B. Monte-Carlo-Verfahren

Vorteil: unabhängig von der Dimensionalität des Raumes

quadratische Abhängigkeit von Lösungsqualität

Nachteil: gefundene Lösungen nur mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit in definiertem Lösungsintervall, d.h. Lösungen gelten nur für den average-case.

2) Nicht-lineare und multimodale Zusammenhänge 1/7

Indexierungsfunktion im VRM verwendet nicht-lineare Zusammenhänge, wie z.B. die reellen Gewichtungen der Merkmale aus ihren absoluten Häufigkeiten:

$$w(F_i | D) = \log_e[1 + [m/h(F_i | D)]].$$

Retrievalfunktion im VRM verwendet nicht-lineare Zusammenhänge, wie z.B. eine kleine Erweiterung von ε kann zu großer Erweiterung der nachgewiesenen Dokumentmenge führen:

$$\text{ret}_{\text{VR-IR}}: (DVM, q_j, d_{\text{DVR}}, \varepsilon) \mapsto DVM_j.$$

2) Nicht-lineare und multimodale Zusammenhänge 2/7

Unimodale Funktionen besitzen genau einen Extremwert.

unimodale Relevanzfunktion: an genau einem Punkt im DVR existiert ein Relevanzmaximum

=> (streng) monoton fallende Relevanzfunktion um das Maximum

=> das Dokument mit dem zum Maximum am nächsten liegenden Dokumentvektor wird als das relevanteste Dokument betrachtet

Standardsituation im VRM ist die Modellierung des Retrievals mit einem Queryvektor und einer unimodalen Relevanzfunktion:

Annahme des Relevanzmaximum an der Stelle des Queryvektors bzw. des am nächsten liegenden Dokumentvektors, und allen anderen Dokumentvektoren wird ein Relevanzwert als monoton fallende Funktion der Distanz zu dem Maximum zugeordnet.

2) Nicht-lineare und multimodale Zusammenhänge 3/7

Annahme unimodaler Relevanzfunktion stark simplifizierend:
nicht modellierbar sind alle Fälle, bei denen mehrere Cluster relevanter Dokumentvektoren existieren, zwischen denen nicht-relevante Dokumentvektoren liegen.

Diese Fälle lassen sich nur mit **multimodalen Relevanzfunktionen** modellieren, bei denen jeder Cluster relevanter Dokumentvektoren durch ein eigenes Maximum der Relevanzfunktion beschrieben werden kann.

=> **multimodale, nicht-lineare Relevanz-Approximationsmodelle**

2) Nicht-lineare und multimodale Zusammenhänge 4/7

ε -Approximation: Ersetzung einer Ursprungsfunktion $f(x)$ durch eine Approximationsfunktion $f(x)^\wedge$, die entsprechend einem Qualitätsmaß nicht mehr als um einen Wert ε abweicht.

geg. 1) $f(x): X \subseteq \mathbb{R}^n \rightarrow Y \subseteq \mathbb{R}^m$.

2) Qualitäts-/Fehlermaß $Q_{\text{App}}(f(x), g(x)), \forall g(x): X \subseteq \mathbb{R}^n \rightarrow Y \subseteq \mathbb{R}^m$.

ges. $f(x)^\wedge: X \rightarrow Y: Q_{\text{App}}(f(x), f(x)^\wedge) \leq \varepsilon$.

Im Machine Learning ist $f(x)$ oft unbekannt und nur durch eine endliche Menge von Lernstimuli/Stützpunkten gegeben: $M = M_L = \{m_j = (x_j, f(x_j)) \mid j = 1, \dots, \mu\}$

Stützpunktbasiertes Approximationsmodell: $AM(x) = (M, f(x \mid M))$.

Stützpunktbasiertes Approximationsverfahren $f(x \mid M)$: Funktion, die mit den Stützpunkten jedem zulässigen Inputvektor x_k einen Outputvektor $f(x_k)^\wedge$ als Schätzung von $f(x_k)$ zuordnen kann.

2) Nicht-lineare und multimodale Zusammenhänge 5/7

Instanzbasiertes Modell: Direkte Verwendung der Stimuli als Stützpunkte der Approximation.

Prototypbasiertes Modell: Erzeugt zunächst eine (kleinere) Menge von Prototypen, die als Stützpunkte der Approximation verwendet werden.

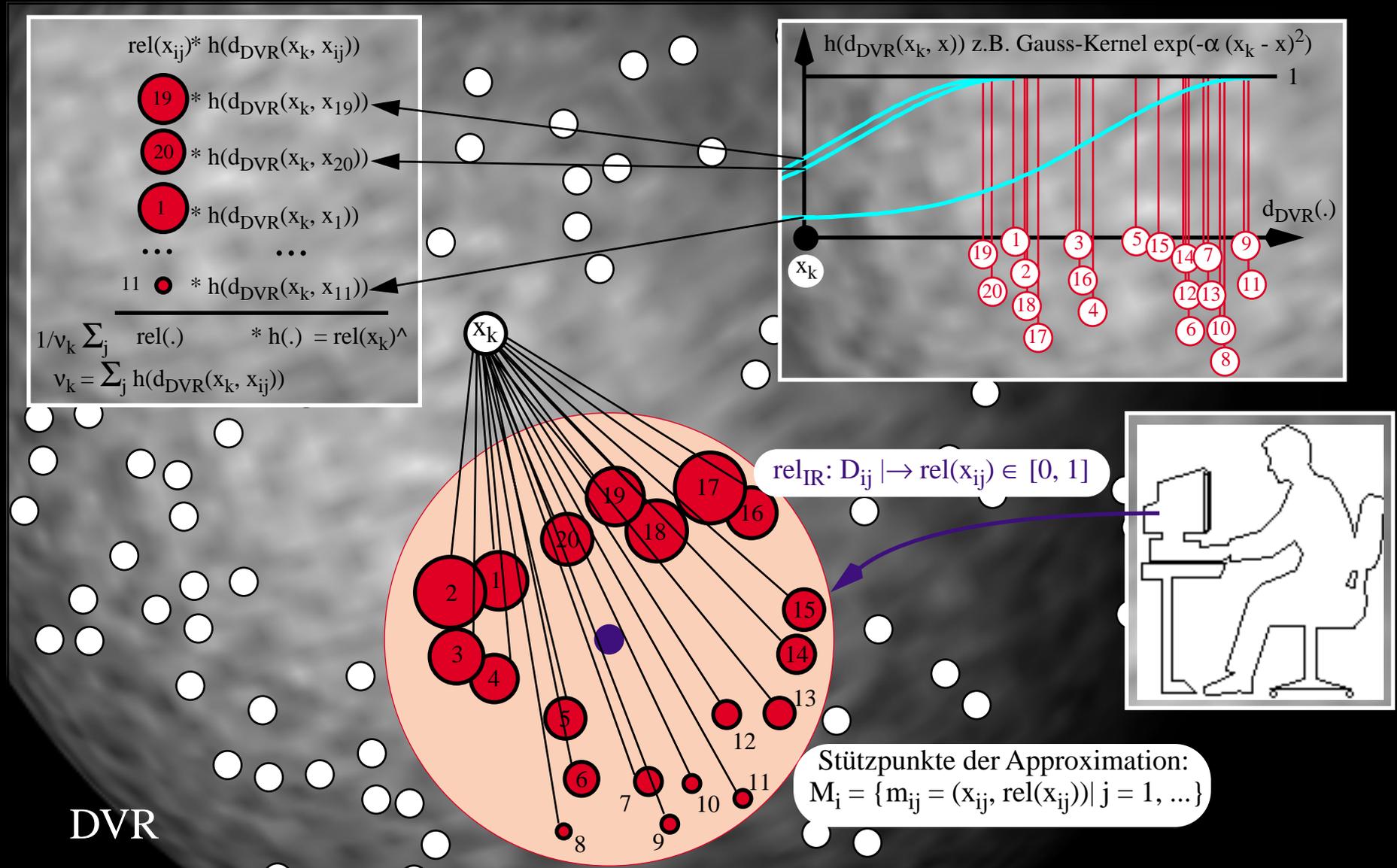
Interpolation: rekonstruiert alle Stimuli exakt: $\forall m_j \in M: f(x_j)^{\wedge} = f(x_j)$.

Regression: Nicht alle Stimuli müssen exakt rekonstruiert werden zugunsten von Eigenschaften der Approximationsfunktion wie Stetigkeit, Differenzierbarkeit, Glattheit, ...

Anwendung im IR (User-Modell): Approximation von Relevanzwerten auf der Basis der Stützpunkte, die während Feedback-Interaktionen ($t=0, 1, \dots$) ermittelt werden.

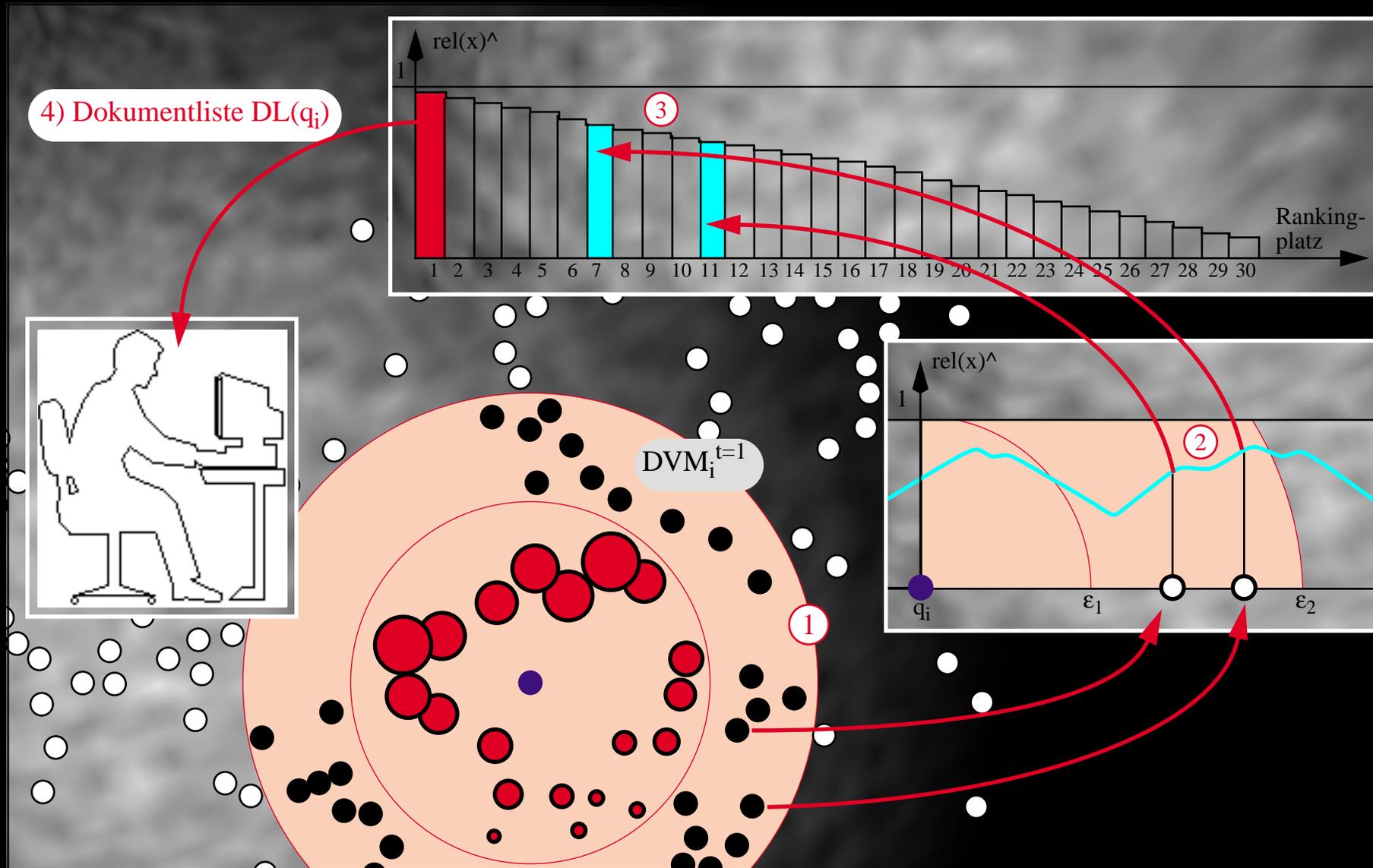
2) Nicht-lineare und multimodale Zusammenhänge 6/7

Stützpunktbasierte Relevanz-Approximation durch Kernel-Regression



2) Nicht-lineare und multimodale Zusammenhänge 7/7

Retrievalstrategie mit ϵ_2 -Umgebung und Relevanz-Approximationsmodell



3) Dynamische Zusammenhänge (nicht-stationäre Funktionen) 1/5

Nicht-stationären Funktion: der gleiche Input kann zu unterschiedlichen Situationen/Zeitpunkten einen unterschiedlichen Output erzeugen.

Allgemein: Veränderung von Rahmenbedingungen einer Abbildung

$$f: X \times A \times B \rightarrow Y: (x, a, b) \mapsto f(x) = y.$$

Veränderung von Rahmenbedingungen a und b führen bei gleichem x zu unterschiedlichem $f(x) = y$.

Quellen der Dynamik in IRS

- 1) Neue Dokumente => Veränderung der Dim. des Termvektorenraumes
=> Veränderung der Dokument-Term-Matrix
- 2) Neue Merkmale (z.B. Terme) => Veränderung der Dim. des DVR
=> Veränderung der Dokument-Term-Matrix
- 3) Neue Relevanzbewertungen

3) Dynamische Zusammenhänge (nicht-stationäre Funktionen) 2/5

Dynamik in IRS (neue Dokumente)

- Aufnahme neuer Dokumente und deren Integration in die gegebene Repräsentationsstruktur, die sich dadurch lokal bzw. global verändern kann.

Indexierungsfunktion im VRM verwendet absolute Häufigkeiten aller Merkmale in allen Dokumenten, um ein dokumentmengen-spezifische Gewichtung eines Merkmals zu bestimmen:

$$A_{VR-IR(D)}: D_{VR-IR} \times D_{VR-IR}^{m-1} \rightarrow DVR: (D_j, D \setminus \{D_j\}) \mapsto x_j.$$

$$w(F_i | D) = \log_e[1 + [m/h(F_i | D)]].$$

Retrievalfunktion im VRM verwendet die Position des Queryvektors und die Gesamtdokumentmenge zur Bestimmung der Ergebnisdokumentvektorenmenge:

$$ret_{VR-IR}: (DVM, q_j, d_{DVR}, \varepsilon) \mapsto DVM_j.$$

3) Dynamische Zusammenhänge (nicht-stationäre Funktionen) 3/5

Dynamik in IRS (neue terme)

- Aufnahme neuer Terme wenn neue Dokumente neue Terme enthalten

=> Veränderung (monotone Erhöhung) der Dimension des DVR

=> Reindexierung aller vorhandenen Dokumente und der Anpassung vorhandener Strukturierungen wie einer Klassifikation.

3) Dynamische Zusammenhänge (nicht-stationäre Funktionen) 4/5

Veränderung der Dimension der Term-Dokumentvektor-Matrix hat meist gravierende **Folgen für** Verfahren zur **Dimensionsreduktion** (Cluster, LSI, SOMs)

=> globale Reorganisations-Operationen oder im Extremfall Neuaufbau der Strukturen

=> dynamische Anpassung einer Clusterstruktur noch vergleichsweise problemlose Reorganisation

3) Dynamische Zusammenhänge (nicht-stationäre Funktionen) 5/5

Trade-of zwischen **hochdimensionalen** Zusammenhängen und **dynamischen** Funktionen bei **Zeichen-n-Grammen**

Dokumentvektorenraum besitzt a priori die maximale, unveränderliche Dimensionsanzahl $|\Phi|^n$, mit $|\Phi|$ als der Anzahl der Zeichen in dem endlichen Alphabet Φ .

=> Stabilität der Dimension des DVR wird erkauft durch seine große Anzahl an Dimensionen.

=> Gesamtsystem bleibt dennoch dynamisch, da Dokumente neu indexiert werden, was die Verteilungsstruktur im DVR, sowie die Dimension des Merkmalsvektorraumes verändert.

4) Quellen von Unsicherheit (uncertainty) und Vagheit (fuzzyness) 1/10

Strukturierter Thesaurus [Imperfection] 1/2, abgewandelt nach: Smets (1997) in Motro & Smets (1997: 224ff)

Unperfektion (Imperfection)

1) Ungenauigkeit (Imprecision): mehrere Welten können Bedingungen erfüllen

Ungenauigkeit ohne Fehler

Vagheit: nicht genau definiert/definierbar

Ambiguität: mehrere Bedeutungen

Approximation: Näherung

Missing Value: gelegentlich fehlender Wert; ermittelbar wenn notwendig

Ungenauigkeit mit Fehler

Fehlerhaft, Inkorrekt (Erroneous, Incorrect)

Inakkurat: nicht vollständig fehlerhaft

Invalide: führt zu unakzeptablen Folgerungen

Verzerrung (Distorted): Falsch, aber nicht weit von korrekt

Biased: systematischer/modellbedingter Fehler

2) Inkonsistenz (Inconsistency): keine Welt erfüllt Bedingungen

Konflikthaft: Widerspruch mit Daten

Inkohärenz (Incoherent, Confused)

Unsinn, Bedeutungslos (Meaningless): keine Übereinstimmung mit Realität

4) Quellen von Unsicherheit (uncertainty) und Vagheit (fuzzyness) 2/10

Strukturierter Thesaurus [Imperfection] 2/2

3) **Unsicherheit** (Uncertainty): Fehlen von Info.; Rangordnung alternativer Welten

Eigenschaft des Wissens/der Information: externe Unsicherheit

Zufälligkeit (Random): Ereignisse ohne Muster/Plan

Wahrscheinlich (Likely): wird wahrscheinlich eintreten

Möglich (Possible): Fähigkeit auf-/einzutreten

Notwendig (Necessary): deren Negation unmöglich ist

Eigenschaft des Beobachters: interne Unsicherheit

Glaubbar (Belivable, Probable): Beobachter akzeptiert, ist zu Änderung bereit

Zweifelhaft (Doubtful): Widerstand gegen Akzeptanz

Möglich (Possible): Werte könnten wahr sein

Nicht vertrauenswürdig (Unreliable): Beobachter traut Wert nicht

Irrelevant: Beobachter ist Wert egal

Unentscheidbar (Undecidable): Unfähigkeit herauszufinden, ob Wert wahr ist

4) Quellen von Unsicherheit (uncertainty) und Vagheit (fuzzyness) 3/10 **Level unperfekten Wissens** (Motro (1997) in Motro & Smets (1997: 9ff))

- 1) Existenz eines Objektes ist zweifelhaft
- 2) Quantitative Möglichkeit der Existenz eines Objektes
- 3) Existenz eines Objektes, aber Attribute sind unvollständig, fehlen, sind nicht verfügbar
- 4) Disjunktives Wissen: Attributswerte stammen aus einer endlichen Menge von Alternativen; je kleiner diese Menge ist, desto besser ist das Wissen
- 5) Alternativen (Possibility, Möglichkeit) und Quantifizierung (Probability, Wahrscheinlichkeit) des Zweifels

4) Quellen von Unsicherheit (uncertainty) und Vagheit (fuzzyness) 4/10

Unsicherheit und Vagheit bezüglich Repräsentationen und Funktionen im IR

- 1) Dokument-Indexierungsfunktion => Dokumentrepräsentation
- 2) Repräsentation des Informationsbedürfnis
- 3) Query-Indexierungsfunktion => Queryrepräsentation
- 4) Retrievalfunktion
- 5) Rankingfunktion (allgemeiner: Strukturierungsfunktion)
- 6) Repräsentationen im Kontext des Relevanz-Feedbacks

4) Quellen von Unsicherheit (uncertainty) und Vagheit (fuzzyness) 5/10

1) **Dokument-Indexierungsfunktion** => Dokumentrepräsentation

$$A_{VR-IR(D)}: D_{VR-IR} \times D_{VR-IR}^{m-1} \rightarrow DVR: (D_j, D \setminus \{D_j\}) \mapsto x_j.$$

Externe Festlegung von:

1.1) Merkmalstypauswahl

Zeichen-n-Gram, Terme, Mehrwort-Deskriptoren

1.2) Merkmalsauswahl

Auswahl der "wichtigsten" Terme als Deskriptoren z.B. durch Diskriminationswert

1.3) Merkmalsgewichtung

Keine a-priori-Vorhersage, welche Merkmalsgewichtung gut/adäquat für gegebene Dokumentmenge ist (No-Free-Lunch, Zobel & Moffat (1998))

4) Quellen von Unsicherheit (uncertainty) und Vagheit (fuzzyness) 6/10

2) Repräsentation des **Informationsbedürfnisses**

Voraussetzungen:

- IR im Kontext eines **Problemlösungsprozesses**
- **neuro-kognitive** Sichtweise: Projektion in funktionale Hirnareale: linkstotale, rechtseindeutige Relation liegt nicht notwendig vor

=> nicht alle Repräsentationsstrukturen müssen abgebildet werden und abgebildete Repräsentationen müssen nicht umkehrbar sein

2.1) interne Formulierung des Informationsbedürfnisses

Abbildung von Strukturen aus dem Problemlösungsareal auf Strukturen eines Sprachsyntheseareals

2.2) externe Formulierung des Informationsbedürfnisses

adäquate aktive Gebrauch eines Vokabulars = Vorliegen adäquater Strukturen im Sprachsyntheseareal

2.3) Nicht-stationäre Abbildungen zwischen Arealen durch Veränderung (Neubildung, Reorganisation, Löschung) interner Strukturen

- 4) Quellen von Unsicherheit (uncertainty) und Vagheit (fuzzyness) 7/10
- 3) **Query-Indexierungsfunktion** => Queryrepräsentation

$$A_{VR-IR(Q)}: Q_{VR-IR} \times R^n \rightarrow DVR: (Q_j, w(F_i | D), i = 1, \dots, n) \mapsto q_j.$$

Externe Festlegung

3.1) der Query-Indexierungsfunktion $A_{IR(Q)}$

$$A_{IR(Q)} \stackrel{?}{=} A_{IR(D)}$$

3.2) siehe Quellen von Unsicherheit und Vagheit bei Dokumentrepräsentation
insbes. Merkmalsgewichtung

4) Quellen von Unsicherheit (uncertainty) und Vagheit (fuzzyness) 8/10

4) Retrievalfunktion

$$\text{ret}_{\text{VR-IR}}: \text{DVR}^m \times \text{DVR} \times M^{\text{DVR}} \times \mathbb{R}^+ \rightarrow P^{\text{DVM}}: (\text{DVM}, q_j, d_{\text{DVR}}, \varepsilon) \mapsto \text{DVM}_j.$$

Externe Festlegung

4.1) der Retrievalstrategie

ε -Umgebung, Hyperellipsoide parallel zu Koordinatenachsen bzw. mit Winkel zu Koordinatenachsen, ...

4.2) des/der Parameter der Retrievalstrategie

Schwellenwert ε bei einer Retrievalstrategie mit einer ε -Umgebung

4) Quellen von Unsicherheit (uncertainty) und Vagheit (fuzzyness) 9/10

5) **Rankingfunktion (allgemeiner: Strukturierungsfunktion)**

Eine Rankingfunktion strukturiert die Ergebnisdokumentmenge DVM_j , sodass eine geordnete Liste DV_j entsteht, in welcher die Dokumentvektoren entsprechend der vom IRS erwarteten Relevanz bezüglich der Query Q_j absteigend geordnet sind:

$$\text{rank}_{VR-IR}: DVR^m \times M^{DVR} \rightarrow L^{DVM}: (DVM_j, d_{DVR}) \mapsto DV_j.$$

Rankingfunktion ist eine Spezifizierung einer allgemeineren **Strukturierungsfunktion**, welche die Ergebnisdokumentmenge DVM_j als Input verwendet, und eine (visuell) präsentierbare (Mengen-, Cluster-, Graphen-)Struktur erzeugt (**Informations Visualisierung**).

Externe Festlegung

5.1) der Strukturierungsfunktion und ihrer Parameter

5.2) Rankingfunktion:

5.2.1) von ein- oder mehrelementigen Rankingplätzen

5.2.2) bei mehrel. Rankingplätzen: Strukturierung durch Cluster, Graphen, ...

4) Quellen von Unsicherheit (uncertainty) und Vagheit (fuzzyness) 10/10

6) Repräsentationen im Kontext des **Relevanz-Feedbacks**

Angenommen wird eine nicht adäquate Repräsentation

=> Relevanz-Feedback soll eine Modifikation interner Repräsentationen angeleitet durch explizite Relevanzwerte durchführen

6.1) Externe Festlegung der zu modifizierenden Repräsentationen
Queryvektor, Dokumentvektoren, Clusterstruktur, ...

6.2) Externe Festlegung der Art der Adaptionfunktion/en
positive oder gemischte Queryvektor-Adaption, ...

6.3) Dokumentverstehen = Voraussetzung d. Relevanzbewertung durch Nutzer
Abbildung von Strukturen aus dem Sprachanalyseareal auf Strukturen des Problemlösungsareals

6.4) Relevanzschätzung durch Nutzer
Quantifizierung durch Schätzoperationen innerhalb des Problemlöseareals
und Abbildung der Quantifizierung auf das Sprachsyntheseareal

5) Diversität der Nutzer und ihrer Ziele 1/2

Unsicherheit, welche Nutzer mit welchen kognitiven Strukturen mit dem IRS zukünftig interagieren werden und welche Ziele sie damit verfolgen bzw. welche Probleme sie damit lösen wollen

1) Globale Diversität

- Bildung neuer Themen, Interessen, Ziele und Probleme auf der Ebene von Individuen und Gruppen

- Bildung neuer Nutzergruppen

Mikro-Kulturen (Tribes): globaler Zusammenschluss von Individuen mit gleichen Interessen, Zielen und Problemen, wobei ein Individuum zu einer Vielzahl unterschiedlicher Gruppen gehören kann.

- Neue Nutzergruppen aus unterschiedlichen Kulturen
Globalisierung vs. digitale Kluft

5) Diversität der Nutzer und ihrer Ziele 2/2

2) Individuelle Diversität

Nutzer kann in einem engen Zeitintervall verschiedene Anfragen stellen, die aus unterschiedlichen Zielen und Problemen resultieren

Das gleiche Argument kann für Langzeit-Nutzer und periodische Nutzer etwa im Kontext von **Information-Filter-Systemen** angewendet werden, deren Anfragen, Ziele und Probleme einer zeitlichen Drift unterliegen kann.

Folgen für die Wahl von Indexierungs- und Retrievalfunktionen:

- Homogene Nutzerverteilung => Modellierung "durchschnittlichen" Nutzers
- Heterogene Nutzerverteilung => einzelnen Repräsentation von Informationsobjekten innerhalb des IRS keine geeignete Strategie. Repräsentation muss sich Diversitätsgraden anpassen

=> **Forderung von adaptiver Polyrepräsentation in IRS**

6) Mehrziel-Anforderungen 1/5

Mehr-Ziel-Anforderungen: mehrere, möglicherweise konfliktäre Ziele sollen gleichzeitig angestrebt werden

Bsp. (Biologie): Alles Leben ist eine Mehr-Ziel-Anforderung (Nahrung finden, vor Fressfeinden schützen, schädlichen Umweltbedingungen ausweichen, Reproduktionspartner suchen)

Bsp. (IRS): Optimierung von Performanceschätzungen durch komplementäre Maße wie Recall ($= D_{n\&rel}/D_{rel}$) und Precision ($= D_{n\&rel}/D_n$)

=> Optimierung der IRS-Performance und -Architektur ist Mehr-Ziel-Optimierungs-Problem

weitere Performancemaße, die unterschiedliche Aspekte beschreiben (Polyrepräsentation => Elephantengleichnis):

- Utility = gewichtete Anzahl der D_{rel} / gewichtete Anzahl der $D_{non-rel}$
- basierend auf Rang-Korrelationen (Bartell (1994))
- basierend auf Signal-Detection-Theory (Vogt (1999:11f))

6) Mehrziel-Anforderungen 2/5

Mehr-Ziel-Optimierungsproblem

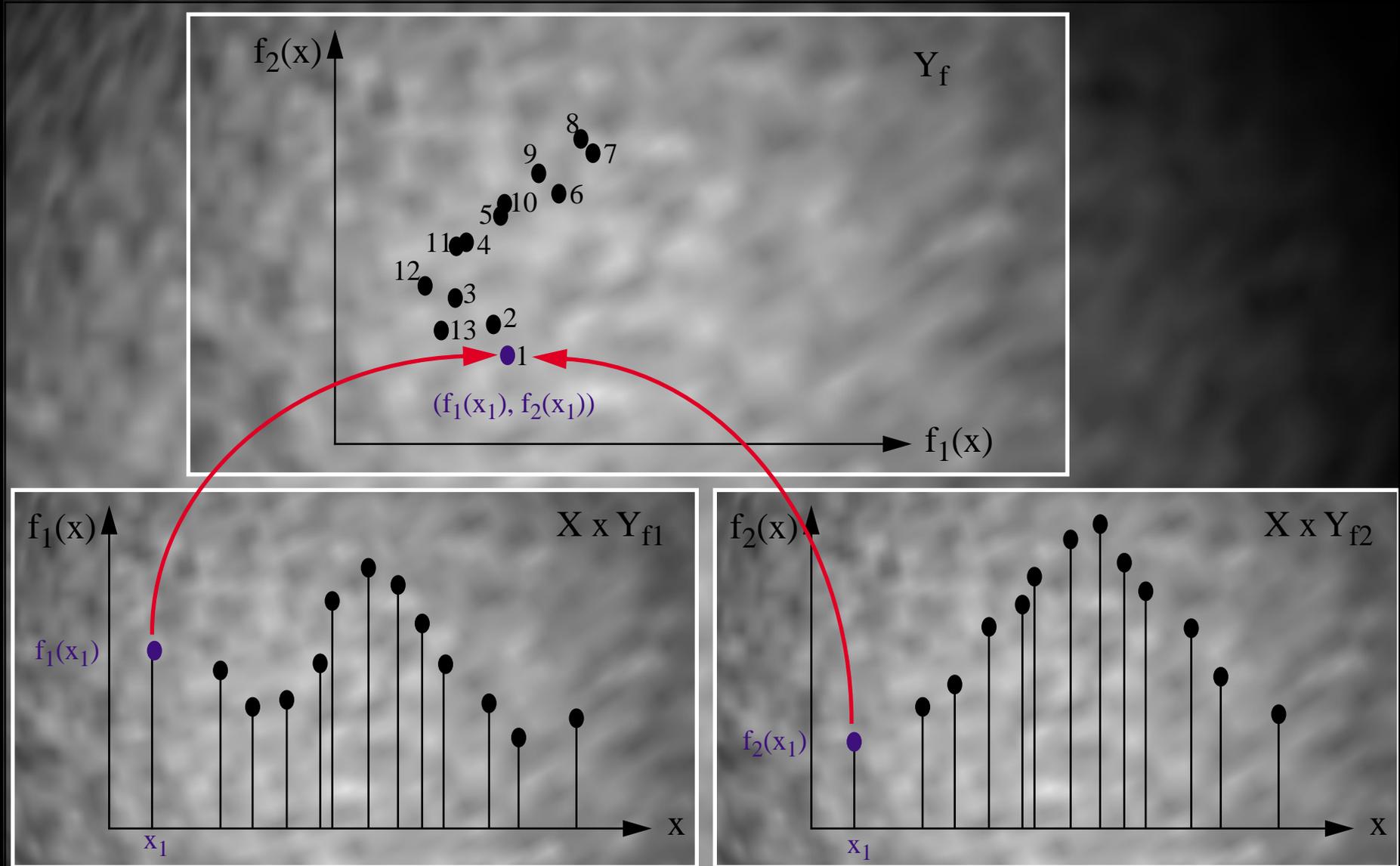
- 1) n Inputvariablen: $x_i = (x_{ij} \mid j = 1, \dots, n) \in X \subseteq \mathbb{R}^n$
(Entscheidungsvektor, decision vector)
- 2) m Zielfunktionen: $f(x) = (f_k(x) \mid k = 1, \dots, m) \in Y \subseteq \mathbb{R}^m$
(Outputvektor, Zielvektor, objective vector)
- 3) p Constraints $g_l(x)$, $l = 1, \dots, p$.

Mehr-Ziel-Minimierungsproblem

Minimiere Zielvektor: $y = f(x) = (f_k(x) \mid k = 1, \dots, m)$,
 bezüglich der Constraints: $g(x) = (g_l(x) \mid l = 1, \dots, p) \leq 0$,
 mit $x = (x_j \mid j = 1, \dots, n) \in X$ (Entscheidungsraum),
 $y = (y_k \mid j = 1, \dots, m) \in Y$ (Outputraum). (1)

6) Mehrziel-Anforderungen 3/5

Entscheidungsraum und Outputraum bei einer Mehrziel-Optimierung



6) Mehrziel-Anforderungen 4/5: Pareto-Kriterium

x_i **dominiert** x_j bei Minimierung von $f(x)$, wenn keine Komponente $f_{k(1)}(x_i)$ existiert, die größer ist als die korresp. Komponente $f_{k(1)}(x_j)$, und wenn mindestens ein $f_{k(2)}(x_i)$ existiert, das kleiner ist als die Komponente $f_{k(2)}(x_j)$:

$$x_i, x_j \in X_f: x_i \text{ dominiert } x_j: \\ \neg \exists f_{k(1)}(x): f_{k(1)}(x_i) > f_{k(1)}(x_j) \wedge \exists_{\geq 1} f_{k(2)}(x): f_{k(2)}(x_i) < f_{k(2)}(x_j). \quad (1)$$

Bsp.: x_i dominiert x_j , wenn $f(x_i) = (2, 4, 1, 0)$ und $f(x_j) = (2, 5, 4, 0)$, da keine Komponente existiert, bei der x_j "besser" ist und zwei Komponenten existieren, bei der x_i "besser" ist .

$x_i, x_j \in X_f$ werden bei einer Minimierung als **nicht-dominant** bezeichnet, wenn $f_{k(1)}(x_i)$ existieren, die größer sind als die korresp. Bewertung $f_{k(1)}(x_j)$, und wenn $f_{k(2)}(x_i)$ existiert, die kleiner sind als die korresp. Bewertungen $f_{k(2)}(x_j)$.

Bsp.: x_i ist nicht-dominant bezüglich x_j , wenn $f(x_i) = (2, 4, 5, 0)$ und $f(x_j) = (2, 5, 4, 0)$, da bei der zweiten Komponente x_i "besser" ist, und bei der dritten Komponente ist x_j "besser".

6) Mehrziel-Anforderungen 5/5: Pareto-Menge

Paretomenge ist die Menge aller x_i , die von keinem anderen x_j dominiert werden, und die sich auch untereinander nicht dominieren.

Paretomenge bei einer 2-Ziel-Minimierung bzw. -Maximierung

